

VYUŽITÍ 3D FRAKTÁLNÍ ANALÝZY PŘI HODNOCENÍ KVALITY TISKU

Zmeškal Oldřich, Tomáš Bžatek

Ústav fyzikální a spotřební chemie, Fakulta chemická, Vysoké učení technické v Brně,
Purkyňova 118, 612 00 Brno

Abstrakt

Příspěvek se zabývá využitím metod obrazové analýzy při hodnocení vlastností potiskovaných materiálů a potisknutých ploch. Pozornost je zaměřena na hodnocení základních optických vlastností zaznamenaných obrazů povrchů (jasu, sytosti, barevného odstínu, apod.). Výsledky jsou korelovány s výsledky získanými klasickými fotometrickými metodami. K vyhodnocení byl využit programový produkt HarFA 5.1 (Harmonic and Fractal Analyser) vytvořený autory příspěvku.

1. Úvod

Při hodnocení kvality tisku a potiskovaných materiálů hraje v současné době stále větší roli obrazová analýza [1]. Souvisí to se stále zvyšující se kvalitou a rozlišovací schopností zařízení, které umožňují převádět obrazy (resp. mikroskopické obrazy) do digitální podoby. V oblasti polygrafie jsou to především skenery a digitální fotoaparáty, které se používají pro záznam obrazů k dalšímu zpracování.

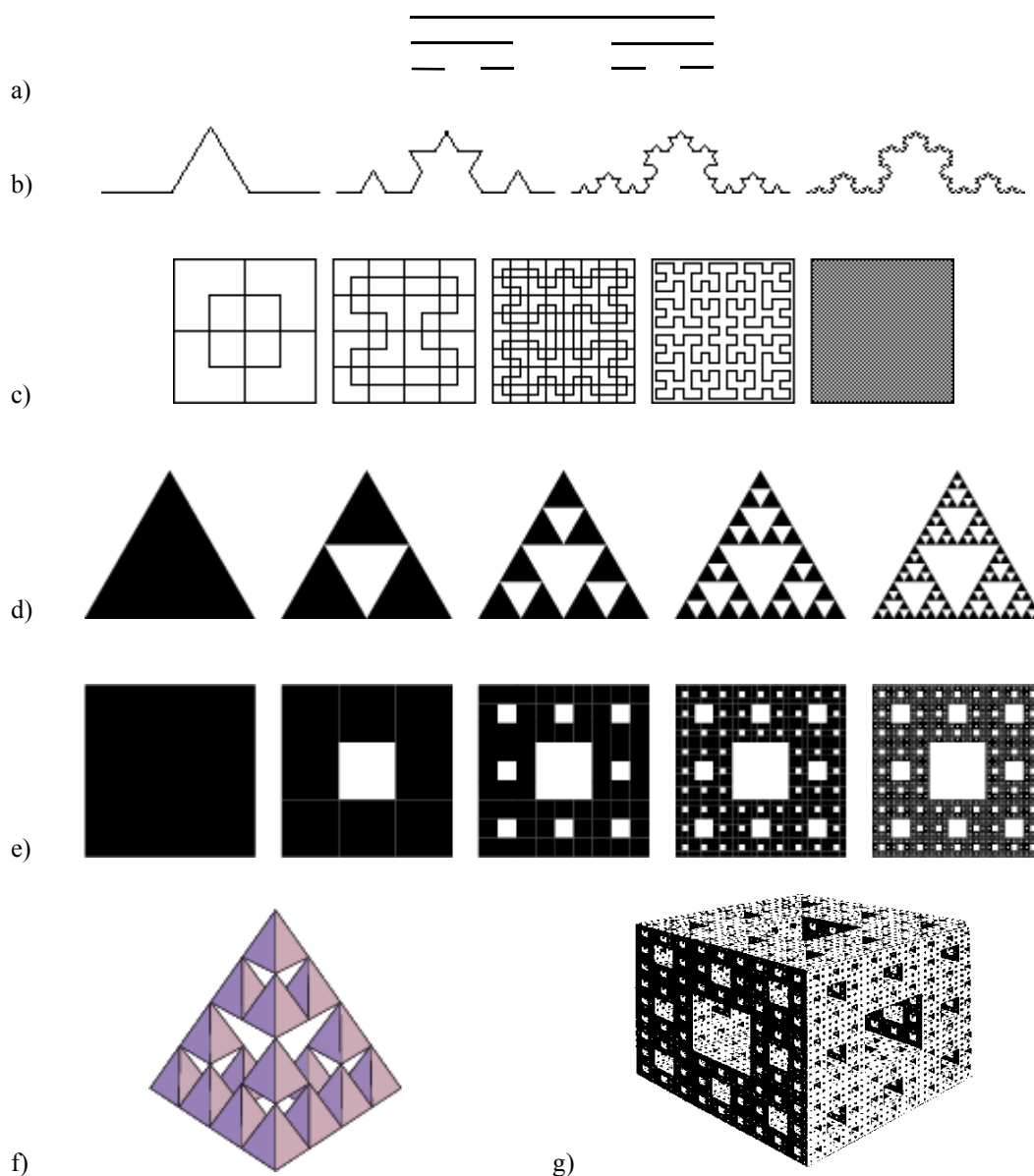
Kvalita zaznamenaných obrazů závisí především na kvalitě záznamového zařízení. Pro bezchybnou obrazovou analýzu je třeba zajistit homogenní (definované) osvětlení zaznamenané plochy, definovanou optickou soustavu (např. mikroskop) a kvalitní záznamový prvek (CCD nebo CMOS senzor s dostatečnou plošnou rozlišovací schopností a barevnou hloubkou). Pokud není přenos jasů zařízení (skeneru, mikroskopu) lineární je třeba provést jeho linearizaci pomocí tzv. přenosové funkce gama. Také záznam obrazů by měl být v pokud možno nejvyšší kvalitě, při ukládání lze použít pouze bezztrátovou kompresi. Teprve při splnění těchto podmínek lze vlastní obrazovou analýzou získat parametry obrazů, které objektivně vypovídají o vlastnostech povrchů potiskovaných materiálů a potištěných ploch.

K jednodušší obrazové analýze lze použít speciální programy pro zpracování digitálních fotografií (barevné složky, histogramy, ...) např. Photoshop, zařízení vybavené úzce specializovanými programy umožňujícími provádět standardní hodnocení tisku (spektrometry, densitometry). Ke komplexní obrazové analýze lze také použít speciální programy, umožňující určit parametry obrazů za různě definovaných podmínek (prahování, filtrace, barevné separace, [2], [3], [4]). Tyto programy velmi často využívají integrálních transformací obrazových dat (a to buď periodických, resp. harmonických nebo waveletových, [5]).

Tyto transformace lze využít i ke zjišťování fraktálního charakteru čar, ploch resp. povrchů a objemů 3D objektů. Při fraktální analýze hrají důležitou roli dva parametry: fraktální dimenze D a

fraktální míra K , [6]. Fraktální míru lze využít např. ke zjišťování velikosti (objemu, plochy, délky) fraktálních objektů při použití měřítka o velikosti "jedna" (např. 1 pixel), fraktální dimenzi pak ke zjišťování trendu změny vlastností struktury (opět jejich objemu, plochy, délky) při změně měřítka směrem ke větším nebo menším rozměrům.

Fraktální dimenze leží v intervalu $D \in \langle 0, E \rangle$, kde E je rozměr euklidovského prostoru. Pro objekty v 1D prostoru (např. Cantorovo diskontinuum) je $E = 1$, pro objekty ve 2D prostoru (Kochova křivka, Sierpinského trojúhelník, Sierpinského koberec, Peanova křivka) je $E = 2$, pro objekty ve 3D prostoru (např. Sierpinského jehlan, Mengerova houba) je $E = 3$, viz obr. 1.



obr. 1 Příklady fraktálních struktur v 1D, 2D a 3D euklidovském prostoru a) Cantorovo diskontinuum, b) Kochova křivka, c) Peanova křivka, d) Sierpinského trojúhelník, e) Sierpinského koberec, f) Sierpinského jehlan a g) Mengerova houba

Obecně definují limitní hodnoty následující situace

- pro $D \rightarrow 0$ je změna struktury jako funkce velikosti měřítka největší (to je charakteristické pro obrazy, ve kterých analyzovaná struktura zabírá velmi malý prostor (např. bod v prostoru, na ploše, na přímce),
- pro $D \rightarrow E$ se struktura nemění v závislosti na velikosti měřítka (analyzovaný objekt zaujímá celý analyzovaný prostor (objem, plochu, přímku).

Fraktální míra leží v intervalu $K \in \langle 0, K_{\max} \rangle$, kde K_{\max} je celkový počet elementárních buněk v objektu. Pomocí fraktální míry lze určit jak je prostor (plocha, přímka) zaplněna daným objektem. Např. Peanova křivka pokrývá 100% plochy obrazu (tj. $K/K_{\max} = 1$).

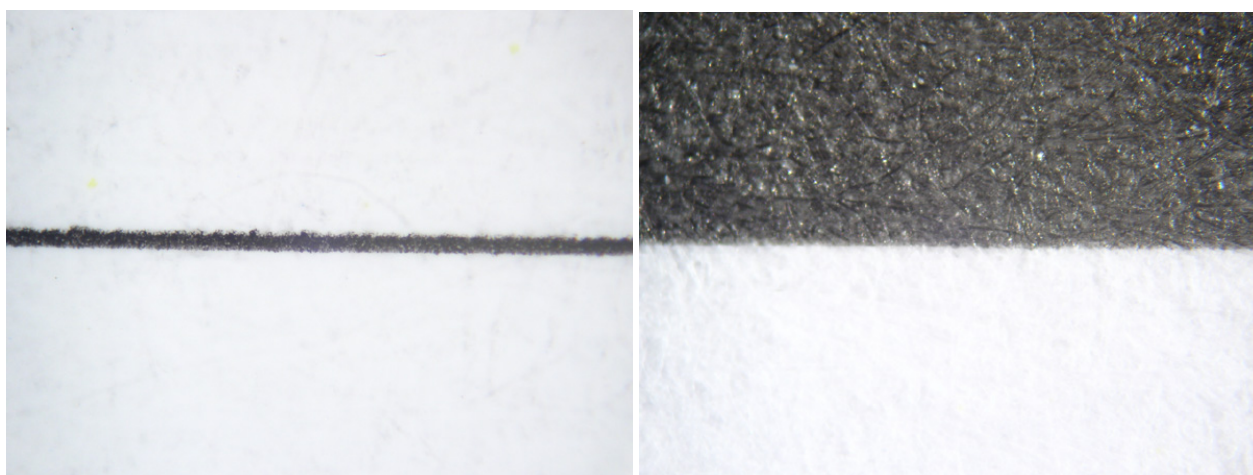
K určení fraktálních parametrů se velmi často užívá metoda "box-counting". Tuto metodu lze použít k analýze binárních dat, černobílých obrazů (barevných obrazů vytvořených prahováním, tj. přiřazením černé, resp. bílé barvy podle určitých kritérií v RGB, HSV, HSB prostoru). Výsledkem obrazové analýzy je tzv. "box-counting" fraktální dimenze a fraktální míra.

Příspěvek se zabývá popisem nové metody určení fraktálních parametrů užitím integrální (waveletové - Haarovy) transformace. Výhoda této metody je v tom, že umožňuje analýzu digitalizovaných signálů, šedých (resp. barevných obrazů) bez nutnosti jejich prahování.

Detailní informace o obrazové analýze lze nalézt na našich webových stránkách <http://www.fch.vutbr.cz/lectures/imagesci>.

2. Fraktální analýza 1D, 2D a 3D struktur

V následující části bude provedena analýza typických obrazových dat uvedených na obr. 2 pomocí programu HarFA 5.1 vyvinutého autory.



obr. 2 Mikrofotografie povrchu laserového tisku na xerografickém papíru: a) linie, b) tisková hrana

2.1. Fraktální analýza "binárních dat"

Jednodimenzionální fraktální analýzu binárních dat lze v programu HarFA 5.1. provádět pomocí nabídky "*Process* → *Wavelet Analysis 1D*" (obr. 3 nahoře). V tomto módu umožňuje program pracovat s obdélníkovou oblastí o délce stran úměrných 2^n . Velikost základního čtverce sítě a vertikální, resp. horizontální poměr stran lze zvolit v nabídce "*Size*". Tímto způsobem lze při 1D analýze efektivněji využít operační paměť (k analýze není nutný čtvercový obraz, protože je analyzována pouze jeho jedna řada (resp. průměr z několika řad). Ve vybraném barevném prostoru ("*Intensity*") pak zvolíme řádek ("*16*") nebo sloupec, který chceme analyzovat a hodnotu prahu ("*80*"), tj. rozhraní podle kterého bude přiřazena jednotlivým pixelům obrazu bílá, resp. černá barva (v programu je provedeno maskování na zelenou, resp. fialovou barvu z důvodů odlišení od světlých, resp. tmavých šedých, které by nebylo možné vizuálně rozlišit). K tomu, aby mohlo být provedeno prahování musí být zatrženo políčko "*BW*". Vznikne tak dvoustavová fraktální struktura (ve vloženém obrázku představována hodnotami "*0*" a "*255*"), která může být v režimu "*Processed Data*" analyzována.

Pomocí nabídky "*Start Range Analysis*" lze postupně měnit hodnotu prahu v intervalu mezi počáteční "*0*" a konečnou "*255*" hodnotou prahu (vedle políčka "*BW*"). Z rozboru tohoto spektra (obr. 3 vlevo) lze zvolit nejvhodnější hodnotu prahu pro detailní analýzu. Na základě tohoto grafu byla zvolena právě hodnota "*80*", při které nabývá fraktální dimenze rozhraní mezi dvěma různými pixely (zelená křivka - *BW*) maxima. Pro nízké hodnoty prahu nabývá funkce v celé analyzované oblasti hodnot "*255*" a fraktální dimenze $D_{WBW} = 1$, pro velké hodnoty prahu nabývá funkce hodnot "*0*" a fraktální dimenze $D_{BBW} = 1$.

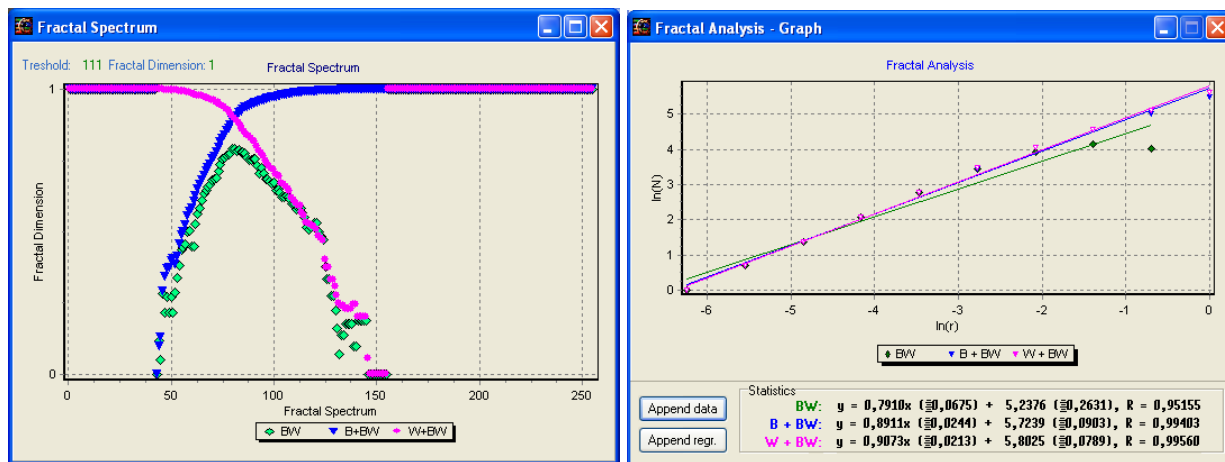
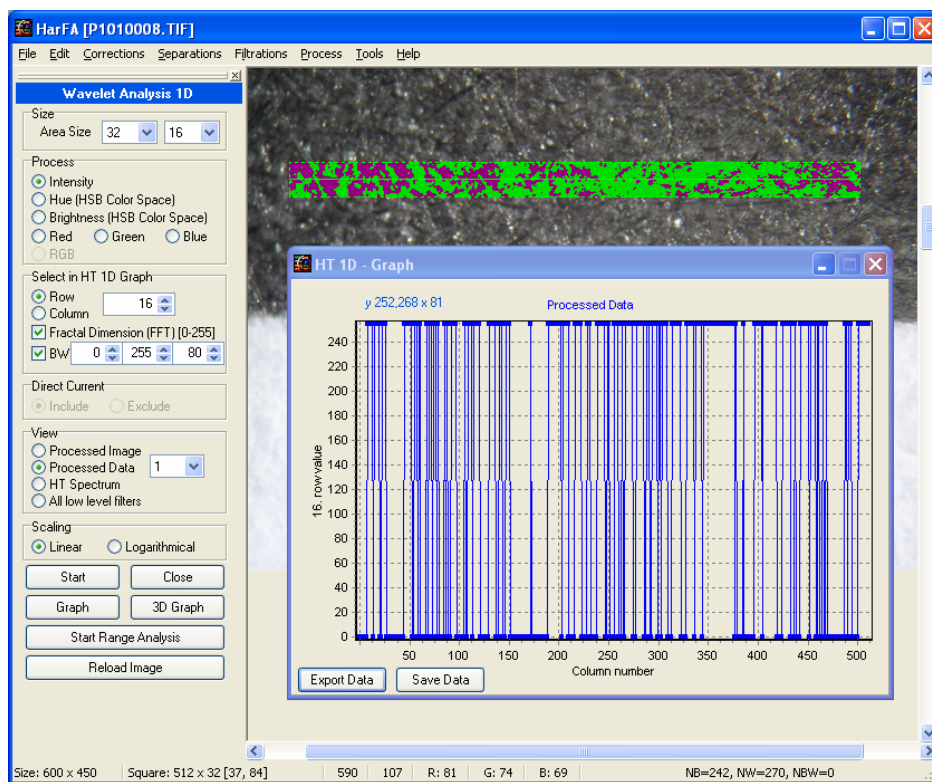
Detailní analýza pro hodnotu prahu "*80*" je uvedena na obr. 3 vpravo. Je zde vynesena logaritmická závislost počtu černobílých pulsů (tj. těch, které nemají při dané šířce měřítka hodnotu "*0*" nebo "*255*", N_{BW}) černých a černobílých (tj. těch, které nemají při dané šířce měřítka hodnotu "*255*", $N_{BBW} = N_B + N_{BW}$) a bílých a černobílých (tj. těch, které nemají při dané šířce pulzu hodnotu 0 , $N_{WBW} = N_W + N_{BW}$) na velikosti měřítka (tj. na šířce pulzu). Z těchto závislostí lze pomocí lineární regresní analýzy určit pomocí vztahu

$$N(\varepsilon) = K \cdot \varepsilon^{-D}, \text{ resp. } N(n) = K \cdot n^D, \quad (1)$$

fraktální míru K a fraktální dimenzi D signálů (bez označení jejich indexů).

Fraktální dimenze mohou v tomto případě nabývat hodnot v intervalu $\langle 0,1 \rangle$. Pokud bude funkce v celém intervalu nabývat hodnot "*0*" bude se fraktální dimenze $D_{BBW} = 1$, pokud bude funkce v celém intervalu nabývat hodnot "*255*" bude se fraktální dimenze $D_{WBW} = 1$, pokud bude funkce

nabývat střídavě hodnot "0" a "255" bude se fraktální dimenze $D_{BW} = 1$. V ostatních případech budou všechny tři fraktální dimenze menší než jedna.



obr. 3 1D fraktální analýza "binárních dat" (přiřazené hodnoty jsou "0" a "255"), a) ve vloženém obrázku analyzovaná data 16. řádku vybrané oblasti prahovaná na hodnotě "80", b) fraktální spektrum - hodnoty fraktálních dimenzí analyzovaných dat pro různé hodnoty prahu, c) závislosti počtu pulzů na jejich šířce pro hodnotu prahu "80", tj. pro maximum ve spektru BW

2.2. Fraktální analýza digitalizovaných signálů

Jednodimenzionální fraktální analýzu digitalizovaných signálů lze v programu HarFA 5.1. provádět opět pomocí nabídky "Process → Wavelet Analysis 1D". Základní nastavení pro fraktální analýzu je stejné jako v předcházejícím případě (viz zadávací panel na obr. 3), analýza byla provedena bez

zatrženého políčka "BW". Analyzovaná data (obr. 4a) mají tedy 256 úrovní ("0" - "255") na rozdíl od předcházejícího případu, kdy analyzovaná data měla úrovně dvě ("0" a "255").

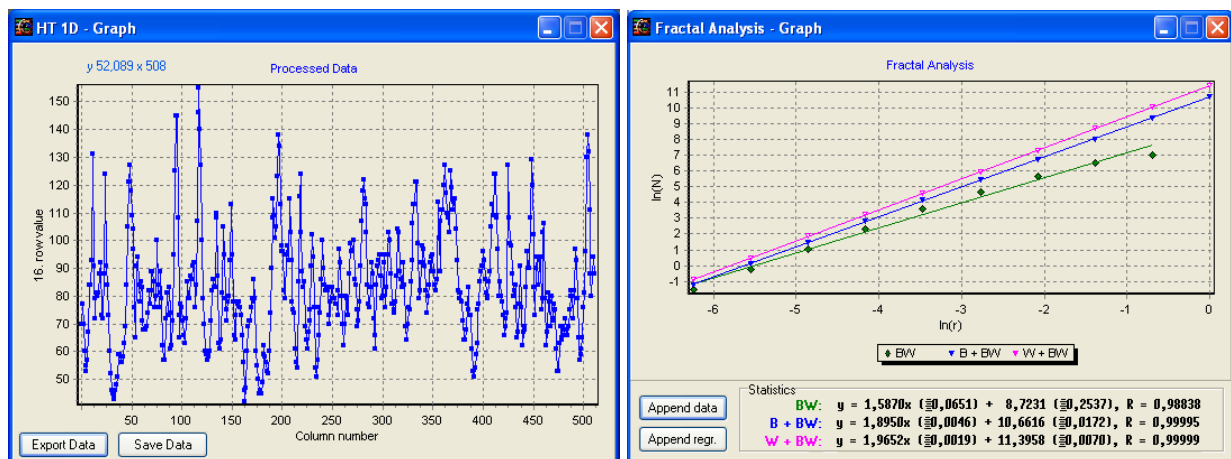
Detailní fraktální analýza byla opět provedena v režimu "Processed Data" tentokrát bez prahování (nezatržené políčko "BW"). Na obr. 4b jsou vyneseny logaritmické závislosti počtu čtverců pokrývajících křivku (N_{BW}) těch, které nejsou nad křivkou ($N_{BBW} = N_B + N_{BW}$) a těch, které nejsou pod křivkou ($N_{WBW} = N_W + N_{BW}$) na velikosti měřítka (tj. na velikosti čtverce pokládáného na graf). Z těchto závislostí lze opět pomocí lineární regresní analýzy určit pomocí vztahu

$$N(\varepsilon) = K \cdot \varepsilon^{-D}, \text{ resp. } N(n) = K \cdot n^D, \quad (2)$$

fraktální míru K a fraktální dimenzi D signálů (bez označení jejich indexů). Získané fraktální dimenze pak mohou sloužit k určení velikosti plochy pod křivkou, nad křivkou a délky křivky. Následující vztahy určují plochu pod křivkou v a délku křivky l v relativních jednotkách (vztažené k maximální ploše, kdy funkce nabývá pro všechny nezávislé proměnné hodnotu "255")

$$S_B = \frac{K_{BBW} - K_{BW}}{K_{BBW} + K_{WBW} - K_{BW}}, \quad S_W = \frac{K_{WBW} - K_{BW}}{K_{BBW} + K_{WBW} - K_{BW}} \text{ resp. } L = \frac{K_{BW}}{K_{BBW} + K_{WBW} - K_{BW}}. \quad (3)$$

Výpočet ploch (resp. délky křivky v pixelech) lze určit vynásobením vypočtených hodnot velikostí maximální plochy v pixelech, v našem případě součinem 512×255 (512 funkčních hodnot, viz obr. 4a). Pokud podělíme získanou délku křivky v pixelech počtem funkčních hodnot (číslem 512) získáme informaci o tom, kolikrát je křivka delší než vodorovná přímka.



obr. 4 1D fraktální analýza "digitalizovaných signálů" (přiřazené hodnoty jsou "0" - "255"), a) vlevo jsou uvedena analyzovaná neprahovaná data 16. řádku vybrané oblasti (bez zatrženého políčka BW) c) závislosti počtu pulzů na jejich šířce pro hodnotu prahu "80", tj. pro maximum ve spektru BW

Fraktální dimenze mohou v tomto případě nabývat hodnot v intervalu $\langle 1,2 \rangle$. Pokud bude mít funkce v celém intervalu euklidovský charakter bude její fraktální dimenze $D_{BW} = 1$ a fraktální

dimenze ploch nad křivkou a pod křivkou budou nabývat hodnot $D_{\text{WBW}} = D_{\text{BBW}} = 2$. Pokud bude mít funkce fraktální charakter, bude její fraktální dimenze $D_{\text{BW}} > 1$ a fraktální dimenze ploch nad křivkou a pod křivkou budou nabývat hodnot $D_{\text{WBW}} < 2$, resp. $D_{\text{BBW}} < 2$.

2.3. Fraktální analýza prahovaných obrázků

Dvoudimenzionální fraktální analýzu prahovaných (černobílých) obrázků lze v programu HarFA 5.1 provádět pomocí nabídky "*Process* → *Wavelet Analysis 2D*" (obr. 6 nahoře). V tomto módu umožňuje program pracovat s čtvercovým výřezem obrazu o straně úměrné 2^n . Velikost základního čtverce sítě a vertikální, resp. horizontální poměr stran lze zvolit v nabídce "*Size*". Ve vybraném barevném prostoru ("*Intensity*") pak zvolíme hodnotu prahu ("*80*"), tj. rozhraní podle kterého bude přiřazena jednotlivým pixelům obrazu bílá, resp. černá barva (v programu je provedeno maskování na zelenou, resp. fialovou barvu z důvodů odlišení od světlých, resp. tmavých šedých, které by nebylo možné vizuálně rozlišit). K tomu, aby mohlo být provedeno prahování musí být zatrženo políčko "*BW*" (v obrázku zatrženo není). Vznikne tak dvoustavová fraktální struktura (představována hodnotami "*0*" a "*255*"), která může být v režimu "*Processed Data*" analyzována.

Pomocí nabídky "*Start Range Analysis*" lze postupně měnit hodnotu prahu v intervalu mezi počáteční "*0*" a konečnou "*255*" hodnotou prahu (vedle políčka "*BW*"). Z rozboru tohoto spektra (obr. 5 vlevo) lze zvolit nejvhodnější hodnotu prahu pro detailní analýzu. Na základě tohoto grafu byla zvolena právě hodnota "*80*", při které nabývá fraktální dimenze rozhraní mezi dvěma různými pixely (zelená křivka - BW) maxima. Pro nízké hodnoty prahu nabývá funkce v celé analyzované oblasti hodnot "*255*" a fraktální dimenze $D_{\text{WBW}} = 2$, pro velké hodnoty prahu nabývá funkce hodnot "*0*" a fraktální dimenze $D_{\text{BBW}} = 2$.

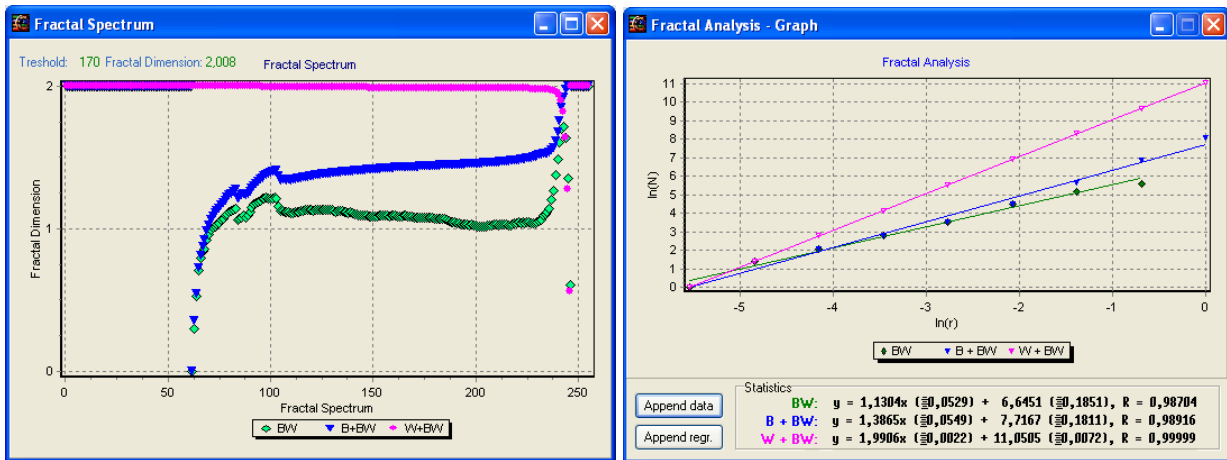
Detailní analýza pro hodnotu prahu "*80*" je uvedena na obr. 5 vpravo. Je zde vynesena logaritmická závislost počtu černobílých čtverců (tj. těch, které nemají při dané šířce měřítka hodnoty "*0*" nebo "*255*", N_{BW}) černých a černobílých (tj. těch, které nemají při dané velikosti měřicího čtverce hodnotu "*255*", $N_{\text{BBW}} = N_{\text{B}} + N_{\text{BW}}$) a bílých a černobílých (tj. těch, které nemají při dané velikosti čtverce hodnotu *0*, $N_{\text{WBW}} = N_{\text{W}} + N_{\text{BW}}$) na velikosti měřítka. Z těchto závislostí lze pomocí lineární regresní analýzy určit pomocí vztahu

$$N(\varepsilon) = K \cdot \varepsilon^{-D}, \text{ resp. } N(n) = K \cdot n^D, \quad (4)$$

fraktální míru K a fraktální dimenzi D prahovaných obrazů (bez označení jejich indexů).

Fraktální dimenze mohou v tomto případě nabývat hodnot v intervalu $\langle 0, 2 \rangle$. Pokud bude funkce v celém intervalu nabývat hodnot "*0*" bude se fraktální dimenze $D_{\text{BBW}} = 2$, pokud bude funkce v

celém intervalu nabývat hodnot "255" bude se fraktální dimenze $D_{WBW} = 2$, pokud bude funkce nabývat střídavě hodnot "0" a "255" bude se fraktální dimenze $D_{BW} = 2$. V ostatních případech budou všechny tři fraktální dimenze menší než dvě.



obr. 5 1D fraktální analýza "prahovaného obrázku" (přiřazené hodnoty jsou "0" a "255"), a) vlevo fraktální spektrum - hodnoty fraktálních dimenzí analyzovaných dat pro různé hodnoty prahu obrázku, b) závislosti počtu čtverců na jejich šířce pro hodnotu prahu "80", tj. pro maximum ve spektru BW

2.4. Fraktální analýza šedých obrázků

Dvoudimenzionální fraktální analýzu šedých obrázků lze v programu HarFA 5.1. provádět opět pomocí nabídky "*Process* → *Wavelet Analysis 2D*". Základní nastavení pro fraktální analýzu je uvedeno na obr. 6), analýza byla provedena bez zatrženého políčka "*BW*". Analyzovaná data v ohraničené oblasti mají tedy 256 úrovní ("0" - "255") na rozdíl od předcházejícího případu, kdy analyzovaná data měla úrovně dvě ("0" a "255"). To je zřejmé z vloženého obrázku, kde odstín šedé představuje funkční hodnotu.

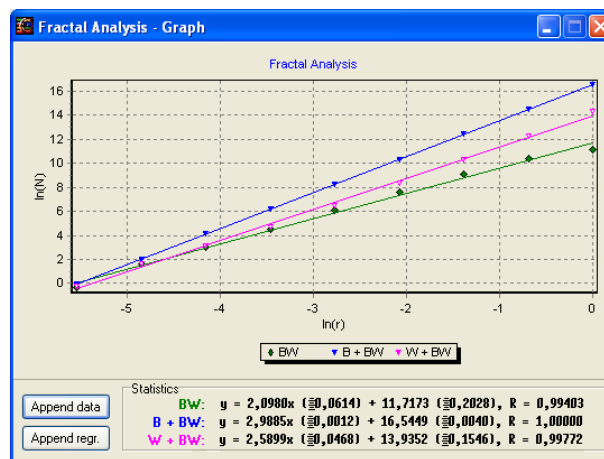
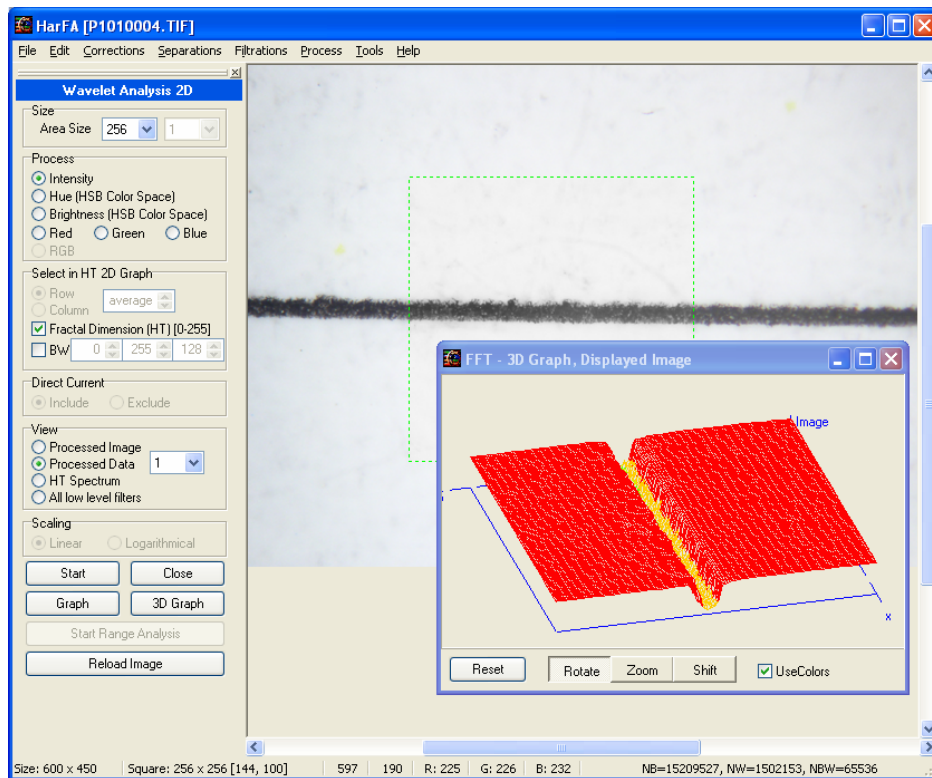
Detailní fraktální analýza byla opět provedena v režimu "*Processed Data*" tentokrát bez prahování (nezatržené políčko "*BW*"). Na obr. 6b (dole) jsou vyneseny logaritmické závislosti počtu čtverců pokrývajících plochu (N_{BW}) těch, které nejsou nad plochou ($N_{BBW} = N_B + N_{BW}$) a těch, které nejsou pod plochou ($N_{WBW} = N_W + N_{BW}$) na velikosti měřítka (tj. na velikosti hrany krychle pokládané pod a nad 3D funkční závislost). Z těchto závislostí lze opět pomocí lineární regresní analýzy určit pomocí vztahu

$$N(\varepsilon) = K \cdot \varepsilon^{-D}, \text{ resp. } N(n) = K \cdot n^D, \quad (5)$$

fraktální míru K a fraktální dimenzi D signálů (bez označení jejich indexů). Získané fraktální dimenze pak mohou sloužit k určení velikosti objemu pod plochou, nad plochou a velikosti plochy. Následující vztahy určují plochu pod křivkou v a délku křivky v v relativních jednotkách (vztažené k maximálnímu objemu, kdy funkce nabývá pro všechny nezávislé proměnné hodnotu "255")

$$V_B = \frac{K_{BBW} - K_{BW}}{K_{BBW} + K_{WBW} - K_{BW}}, V_W = \frac{K_{WBW} - K_{BW}}{K_{BBW} + K_{WBW} - K_{BW}} \text{ resp. } S = \frac{K_{BW}}{K_{BBW} + K_{WBW} - K_{BW}}. \quad (6)$$

Výpočet objemů (resp. velikosti ploch v pixelech lze určit vynásobením vypočtených hodnot velikostí maximálního objemu v pixelech, v našem případě součinem $256 \times 256 \times 255$ ($256 \times 256 = 65536$ funkčních hodnot, viz obr. 6a). Pokud podělíme získanou velikost plochy v pixelech počtem funkčních hodnot (číslem 65536) získáme informaci o tom, kolikrát je velikost plochy větší než vodorovná plocha.



obr. 6 a) 2D fraktální analýza "obrázku" (přřazené hodnoty jsou "0" a "255"), ve vloženém obrázku 3D zobrazení vybrané oblasti grafu, b) závislosti počtu krychlí na délce jejich hrany

Fraktální dimenze mohou v tomto případě nabývat hodnot v intervalu $\langle 2,3 \rangle$. Pokud bude mít funkce (plocha) v celém intervalu euklidovský charakter bude její fraktální dimenze $D_{BW} = 2$ a

fraktální dimenze objemu pod plochou a nad plochou budou nabývat hodnot $D_{\text{WBW}} = D_{\text{BBW}} = 3$. Pokud bude mít plocha fraktální charakter, bude její fraktální dimenze $D_{\text{BW}} > 2$ a fraktální dimenze objemu pod plochou a nad plochou budou nabývat hodnot $D_{\text{WBW}} < 3$, resp. $D_{\text{BBW}} < 3$.

3. Závěr

V příspěvku jsou naznačeny možnosti využití integrálních transformací při analýze obrazových dat, konkrétně při hodnocení kvality tisku (reprodukce tiskových hran a homogenosti pokrytí plochy barvou). Jako nejvhodnější se jeví jednak metody harmonické (rychlá Fourierova transformace) a waveletové (Haarova transformace) analýzy. Pomocí první z nich lze posuzovat kvalitu ze srovnání tzv. modulačních přenosových funkcí, pomocí druhé pak ze srovnání fraktálních dimenzí. Hodnoty fraktálních dimenzí jsou ve shodě s hodnotami zjišťovanými pomocí metody "box counting".

4. Literatura

- [1] Zmeškal O., Sedlák O., Nežádal M.: *Metody obrazové analýzy dat*, Digital Imaging in Biology and Medicine, 1st ed. České Budějovice: Czech Academy of Science, 2002, p. 34–43
- [2] Zmeškal O., Nežádal M., Sedlák O.: *Využití fraktální analýzy při hodnocení kvality tisku*, IV. Polygraphic Conference, University of Pardubice, September 12. – 13., 2001, p. 92 – 101
- [3] Nežádal M., Zmeškal O., Buchníček M., Lapčík L., Dvonka V.: *Harmonická analýza tiskových struktur*, conf. Polygrafia Academica 2000, CHTF STU Bratislava, September 7 - 8, 2000, p. 199-206
- [4] Zmeškal O., Nežádal M., Buchníček M., Fedák J.: *Fraktální analýza tiskových struktur*, conf. Polygrafia Academica 2000, CHTF STU Bratislava, September 7. – 8., 2000, p. 207-213
- [5] Krtička A., Smékal Z., Zicha Z.: *Číslíkové zpracování signálů*, skripta VA Brno, 1983
- [6] Zmeškal O, Nežádal M, Buchníček M.: *Fractal–Cantorian Geometry, Hausdorff Dimension and the Fundamental Laws of Physics*, Chaos, Solitons & Fractals 2003, 17: p. 113–119